

PATTERN RECOGNITION AS THE OF FAILURE DEVELOPMENT DIAGNOSING OF VEHICLE POWER UNIT SYSTEM

Stanisław Radkowski

Instytut Podstaw Budowy Maszyn PW
ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa, ras@simr.pw.edu.pl

Abstrakt

A modern vehicle system of power unit is a complex system and the number of potential errors and failures is large. Recently industry and governments of many countries are studying not only the problems of fuel economy, including vehicle weight reduction, air conditioning, rolling resistance and new method of the technical state monitoring with an integrating prognostic procedures. Therefore recent research has recognized that the process of vibroacoustic-based structural health monitoring special the monitoring of early stages of failures is fundamentally one of higher order spectral analysis procedure. Taking into account the physical aspect of phenomena under consideration, the special attention has been given to evaluation in terms of suitability of multidimensional spectra of a signal generated by the diagnosed kinematic pair. Next the bispectral analysis, a technique based on higher-order spectra is presented and applied to explore for different coupling types, both with and without modulation phenomena. At the end the distinctions between bispectral pattern of quadratic or cubic part of signal are illustrated.

Key words: bispectral analysis, higher-order spectra analysis, power unit system, gearbox diagnostics

ROZPOZNAWANIE OBRAZÓW JAKO METODA DIAGNOZOWANIA ROZWOJU USZKODZEŃ UKŁADU NAPĘDOWEGO POJAZDU.

Streszczenie

Nowoczesne pojazdy charakteryzują się skomplikowanymi układami napędowymi z potencjalnie dużymi liczbami błędów i uszkodzeń. Stąd, przemysł i rządy wielu krajów podjęły problem nie tylko oszczędności paliw, wraz ze zmniejszeniem masy pojazdu, zużycia energii w systemach klimatyzacji i zmniejszania oporów toczenia, ale także nowych metod monitoringu zintegrowanych z procedurami prognostycznymi. Stąd w obecnie prowadzonych badaniach nad wprowadzeniem metod wibroakustycznych podejmowane są zagadnienia wykrywania wczesnych faz uszkodzeń z wykorzystaniem analizy widm wyższych rzędów. Biorąc pod uwagę fizyczne aspekty rozważanych zjawisk, wiele uwagi w pracy poświęcono oszacowaniu użyteczności widm wielowymiarowych sygnałów generowanych przez diagnozowane pary kinematyczne. Następnie analiza bispektralna i techniki odwołujące się do widm wyższych rzędów są przedstawione na przykładzie aplikacji w wykrywaniu różnych typów sprzężeń również w obecności efektów modulujących. W części ostatniej zilustrowano obrazy bispektralne części kwadratowej sygnału i trzeciego rzędu.

Słowa kluczowe: analiza bispektralna, analiza widm wyższego rzędu, układy napędowe, diagnostyka przekładni zębatej

1. Wprowadzenie

Wzrost cen ropy naftowej i wielowątkowa publiczna dyskusja nad problematyką zależności od dostawców surowców energetycznych spowodowały że również prognozy rozwoju samochodu przyszłości zostały temu podporządkowane. Szeroko ta tematyka, z punktu widzenia interesów USA, jest omówiona w pracy [1]. W projekcie PNGV (Partnership for a New Generation of Vehicles), w którym głównymi partnerami są Ministerstwo Energii oraz USCAR (United States Council for Automotive Research) jako cel postawiono sobie zadanie przygotowania danych i opinii w takiej formie i takim poziomie, aby producenci amerykańscy mogli ow roku 2015 podjąć

decyzje o wprowadzeniu do produkcji silników zasilanych wodorem. Na marginesie warto podkreślić, że USCAR jest wspierane przez trzech głównych producentów amerykańskich: DaimlerChrysler Corp., Ford Motor Co. i General Motors Corp. I pięć kampanii z branży energetycznej: BP America, Chevron Corp., Coco Philips, ExxonMobil Corp. i Shell Hydrogen (US). Natomiast sam projekt jest unikalnym przykładem partnerstwa publiczno prywatnego (PPP) w badaniach w dziedzinie naukowo-technicznych z dziedziny techniki charakteryzującej się wysokim ryzykiem długoterminowego prawdopodobnego wdrożenia. Drugim przykładem takiego ujęcia jest projekt FreedomCAR w którym sformułowano pewne cele w postaci kosztów jednostkowych. Na przykład, że w 2010 roku koszt energii otrzymywanej z ogniw paliwowych powinien kształtować się na poziomie 45 USD za 1 kWh a w roku 2015 odpowiednio 30 USD.

Podobnie zostały ustalone cele odnośnie gęstości mocy na jednostki masy i objętość używanego wodoru.

Równoległe wskazuje się na konieczność badań nad problemami zmniejszenie zużycia paliwa w tym:

- zmniejszeniem masy samochodu co najmniej o 15% (z technicznego punktu widzenia samochody mogą być już obecnie lżejsze o 40-50%);
- zmniejszenie zużycia energii przez systemy klimatyzacji;
- zmniejszenie oporów toczenia oraz zwiększenie efektywności smarowania.

Jednym ze sposobów zmniejszania masy samochodu jest szersze zastosowanie lekkich materiałów (kadłuby silnika ze stopów magnezowych) i wyposażone silników w turbosprężarki.

Generalnie w programach poświęconym samochodom przyszłości wiele miejsca poświęca się możliwości modernizacji silników oraz nowej generacji mechatronicznych układów sterowania. Jednym z przykładów są próby zastosowania układów deaktywacji cylindrów, których różne przykłady można spotkać w samochodach GM. Wstępne analizy wskazują, że wyłączenie zasilania części cylindrów w okresie zmniejszonego obciążenia może przynieść prawie 8% oszczędności paliwa.

Podobnie wiele miejsca zajmują eksperymenty z wysokim poziomem recyrkulacji gazów wydechowych i opóźnionym zapłonem dla uzyskania homogenicznej mieszanki. Wprowadzenie recyrkulacji pozwala oczekiwać przebiegu spalania w niższej temperaturze średnio o około 600° K, co prowadzi do znacznej redukcji NO_x.

Zmniejszenie oporów toczenia oprócz odpowiednich rozwiązań konstrukcyjnych i właściwego doboru materiałów oznacza konieczność prowadzenia racjonalnej eksploatacji, szczególnie monitoringu stanu technicznego.

2. Monitorowanie układów napędowych

W ostatnich latach monitorowanie układów i jednostek napędowych stało się wymogiem standardowym. Składa się na to wiele przyczyn, z których przede wszystkim należy wymienić względy bezpieczeństwa. Na przykład z danych zawartych w raporcie opracowanym dla potrzeb armii USA wynika, że uszkodzenia występujące w układach napędowych są odpowiedzialne za 68 incydentów zagrażających bezpieczeństwu lotów i spowodowały wzrost kosztów utrzymania maszyn o 58%. Szczególne miejsce w tym zestawieniu zajmują przekładnie zębate, którym aż 60% uszkodzeń należy przypisać lokalnym uszkodzeniom kół zębatach. Szacuje się, że 90% tych uszkodzeń wywołanych jest przede wszystkim przez wymuszone pęknięcia (56%) oraz zmęczeniowe pęknięcia (33%) zębów.

Jednym z coraz częściej stosowanych sposobów realizacji monitoringu jest pomiar i analiza drgań występujących na obudowie przekładni zębatej. Ogólnie znaną i stosowaną procedurą jest analiza widmowa, która może być wykorzystywana efektywnie przy spełnieniu szeregu warunków, wynikających z ograniczeń transformaty Fouriera, fizykalnego modelu badanego zjawiska dynamiczno-kinematycznych zmian badanego obiektu, minimalizacji wpływu otoczenia i

innych [2]. Z tego punktu widzenia niezwykle istotnym zadaniem jest opracowanie i adaptacja metod diagnostyki wibroakustycznej do wykrywania wczesnych faz powstawania i rozwoju uszkodzeń. Zagadnienie to znajduje się w centrum uwagi autora i zespołu współpracowników od wielu lat ponieważ badania tego typu uszkodzeń układów napędowych pojazdów ma swoją specyfikę w pracy zwrócono szczególną uwagę wynikające stąd problemy i zagadnienia a w szczególności konieczność opracowania i adaptacji nowych metod analizy sygnałów wibroakustycznych umożliwiających wykrycie, identyfikację i lokalizację powstających uszkodzeń. Procedury powinny być łatwe w implementacji w pełni zautomatyzowane i tanie w eksploatacji. Pod tym kątem powinny być analizowane zarówno sensory, tory pomiarowo rejestrujące, metody analizy sygnałów jak i procedury klasyfikacji, wnioskowania i podejmowania decyzji oraz sposoby realizacji ustalonych zadań obsługowo- naprawczych.

Pierwszym etapem w procesie diagnozowania jest pomiar istotnych wielkości fizycznych. Zauważmy, że istnieje cały szereg metod, które nie odwołują się do informacji zawartych w procedurach wibroakustycznych. Do takich należy zaliczyć w pierwszym rzędzie pomiar temperatury i analizy zanieczyszczeń w oleju.

Wielkości wibroakustyczne mogą być prezentowane przez pomiar emitowanego dźwięku lub drgań strukturalnych. W tym ostatnim przypadku jako sensory stosowane są akcelerometry piezoelektryczne mierzące przyspieszenia struktury w punkcie w którym są przymocowane. Pomiar przyspieszeń jest szczególnie użyteczny, gdy analizie poddane jest pasmo wyższych częstotliwości, w którym zarówno wartości odkształceń jak prędkości drgań są poniżej racjonalnego progu mierzalności. Drgania generowane przez znajdującą się w przyporze parę zębów są transmitowane do akcelerometrów przez wały, łożyska i obudowę przekładni.

Na marginesie warto wspomnieć, że czujniki piezoelektryczne są szeroko stosowane w mechatronice samochodowej poczynając od pomiaru drgań mechanicznych przez czujniki przyspieszeń wzdluznych, przyspieszeń poprzecznych w układach stabilizacji toru jazdy, czujniki procesów przejściowych i uderzeń po wykorzystywanie ich w sterowaniu elementami układów bezpieczeństwa biernego (poduszki powietrzne, napinacze pasów bezpieczeństwa).

Dodatkowo zwraca uwagę możliwość wykorzystania diagnostyki wibroakustycznej w zadaniu monitorowania procesu spalania szczególnie możliwości rekonstrukcji za pomocą pomiarów drgań najważniejszych parametrów takich jak ciśnienie w cylindrze. Przebieg funkcji opisującej ciśnienie w cylindrze jest wielkością, która może być bezpośrednio wykorzystana do detekcji anomalii występujących podczas procesu spalania. W celu zachowania odpowiedniej dokładności rekonstrukcji ciśnienia w cylindrze niezbędne jest zastosowanie zaawansowanych technik analizy sygnałów umożliwiających usunięcie zakłóceń pochodzących od innych źródeł w tym od pracy zaworów i spalania w innych cylindrach. Tak zrekonstruowany przebieg ciśnienia cylindrowego może być wykorzystany do obliczeń współczynnika rozpraszania ciepła a szczególnie do predykcji poziomu emisji dźwięku i struktury spalin.

W praktyce silnik wysokoprężny będzie się charakteryzował wieloma pasmami rezonansowymi oraz skomplikowaną strukturą odpowiedzi dynamicznej, w związku z różnorodnością wielu sił wymuszeń. W literaturze [3] przyjmuje się model odpowiedzi w postaci kombinacji indywidualnych odpowiedzi :

$$y(t) = \sum_{i=1}^m g_i(t)h_i(t) + \sum V_j w_j(t) + n(t), \quad (1)$$

gdzie:

$g_i(t)$ – siły wymuszające.

W strukturze częstotliwościowej wyróżnia dwa podstawowe pasma charakterystyczne dla silnika w stanie zdadności dolne poniżej 1kHz i przedział od 1kHz do kilku tysięcy Hz. Z pierwszym pasmem wiąże się procesy spalania natomiast pasmo wyższe jest generowane zarówno przez procesy spalania jak i właściwości dynamiczne układów mechanicznych. Podejmując

zadanie śledzenia zmian stanu technicznego czy możliwości rekonstrukcji ciśnienia w cylindrze należy przede wszystkim zwrócić uwagę na defekty i identyfikację efektów nieliniowych i zaburzeń niestacjonarnych.

Z tego punktu widzenia duże zainteresowanie towarzyszy metodom analizy widm wyższego rzędu, szczególnie analizie bispektralnej

3. Wykorzystanie analizy bispektralnej w diagnostyce wibroakustycznej

Cenność informacji zawartej w bispektrum polega na tym, że pozwala ono badać statystyczne zależności pomiędzy poszczególnymi składowymi widma oraz wykrywać składowe powstałe w wyniku występowania efektów nieliniowych i dodatkowych sprzężeń zwrotnych związanych z powstającymi uszkodzeniami. Wynika to z faktu, że w odróżnieniu od widma mocy, które jest dodatnie rzeczywiste, funkcja bispektrum jest wielkością zespoloną, zachowującą informację zarówno o rozkładzie mocy względem poszczególnych składowych widma jak i o zmianach fazy [3].

Ogólnie można powiedzieć, że bispektrum może być interpretowane jako miara „ilości” sprzężenia pomiędzy składowymi częstotliwościowymi, wyznaczona na dwuwymiarowej płaszczyźnie o odpowiednich współrzędnych częstotliwościowych.

Przy założeniu, że analizowany przez nas sygnał, został poddany dyskretyzacji, odpowiednie podstawowe estymatory dla wyrazu liniowego i biliniowego przyjmą postać:

$$C_{2x}(k) = E\{x^*(n)x(n+k)\}, \quad (2)$$

$$C_{3x}(k,l) = E\{x^*(n)x(n+k)x(n+l)\}. \quad (3)$$

Z kolei zależności określające spektrum i bispektrum otrzymamy w postaci:

$$S_{2r}(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_{2x}(k) e^{-j2\pi f k}, \quad (4)$$

$$S_{3r}(f_1, f_2) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} C_{3x}(k,l) e^{-j2\pi f_1 k} e^{-j2\pi f_2 l}. \quad (5)$$

Szerzej zagadnienia wykorzystania informacji zawartej w bispectrum przedstawiono w pracach [4 5].

Zauważmy, że bispektrum pozwala określić zależności pomiędzy istotnymi częstotliwościami badanego układu dynamicznego. Duża wartość bispektrum dla określonych par częstotliwości i kombinacjami ich sum lub różnic, wskazuje na istnienie sprzężenia częstotliwościowego pomiędzy nimi. Może to oznaczać, że rozważane częstotliwości, będące składowymi sum mają wspólny generator, co w obecności nieliniowości wyższych rzędów może prowadzić do syntetyzowania wspomnianych nowych składowych częstotliwościowych.

Jednym z powodów występowania efektów nieliniowych jest kwadratowe sprzężenie fazy (Quadratic Phase Coupling – QPC). QPC może być w ten sposób rozpatrywane jako wskaźnik zależności pomiędzy dwoma składowymi harmonicznymi procesu nieliniowego. Własność ta może wykryć pewien związek fazowy pomiędzy sumą lub różnicą dwóch częstotliwości. Jest to różnica pomiędzy analizą bispektralną a typowym podejściem do widma mocy, przy pomocy którego nie jest możliwe wykrycie istnienia QPC.

Jest powszechnie wiadomo, że informacja zawarta w fazie jest tłumiona (usuwana) i metody opierające się na analizie widma mocy nie mogą wykryć zależności fazowych pomiędzy różnymi składowymi częstotliwości. Zatem konieczne jest poszukiwanie miar widmowych wyższych rzędów w celu wykrycia różnych postaci sprzężeń fazowych pomiędzy składowymi częstotliwości. W celu zbadania tego problemu zapiszmy wzór na bispektrum w postaci zaproponowanej przez [6]:

$$B(f_x, f_y) = E[S(f_x)S(f_y)S^*(f_x + f_y)] \quad (7)$$

Łatwo zauważyć, że bispektrum jest w postaci zespolonej oraz, że wartości bispektrum zależą od dwóch częstotliwości f_x and f_y . Zapisując równanie (7) w postaci składowych amplitudy i fazy otrzymamy:

$$B(f_x, f_y) = |S(f_x)||S(f_y)||S(f_x + f_y)|e^{j\Theta_\beta(f_x, f_y)}, \quad (8)$$

gdzie:

$$\Theta_\beta(f_x, f_y) = \Theta(f_x) + \Theta(f_y) - \Theta(f_x + f_y) \text{ jest nazywane bifazą.}$$

Wykorzystując algorytm szybkiej transformaty Fouriera (FFT) możliwe jest obliczenie bispektrum wierszowego:

$$B_i(f_x, f_y) = S_i(f_x)S_i(f_y)S_i^*(f_x + f_y). \quad (9)$$

Bispektrum to może być estymowane przez wewnętrzny trójkątny obszar $0 \leq f_y \leq f_x$, $f_x + f_y = f_\mu / 2$. Wystarcza to do pełnego opisu bispektrum jako, że z powodu symetrii bispektrum w płaszczyźnie $f_x - f_y$. Cała istotna informacja zawiera się w obszarze podstawowym składającym się z wewnętrznych i zewnętrznych trójkątów [7].

W odróżnieniu od bispektrum wierszowego, bispektrum diagonalne jest zdefiniowane jako:

$$B(f, f) = E[S(f)S(f)S^*(2f)], \quad (10)$$

w którym $f_x = f_y = f$.

Dalej, zsumowane bispektrum jest zdefiniowane jako:

$$B_\eta(f_i) = \frac{1}{\eta} \sum_{i=1}^{\eta} B(f_{x_i}, f_{y_i}) = \frac{1}{\eta} \sum_{i=1}^{\eta} B(f_{x_j}, f_{y_i}), \quad (11)$$

gdzie:

$$j = 1; 2; 3; \dots; \eta.$$

Każde $B_\eta(f_i)$ przedstawia część ogólnej mocy w częstotliwości $f_i = (f_x + f_y)$, z powodu interakcyjnych sprzężeń w częstotliwościach f_x i f_y . η liczba elementów macierzy dla osi częstotliwości f_x lub f_y . Widmo bikoherencji, $B_c(f_x, f_y)$, jest normalizowanym bispektrum, które mierzy QPC w skali bezwzględnej pomiędzy 0 a 1. według widmo bikoherencji można zdefiniować w następujący sposób:

$$B_c(f_x, f_y) = \frac{\left| (1/M) \sum_{i=1}^M B_i(f_x, f_y) \right|}{\sqrt{\left((1/M) \sum_{i=1}^M |S_i(f_x)S_i(f_y)| \right)^2} \sqrt{\left((1/M) \sum_{i=1}^M |S_i(f_x + f_y)| \right)^2}}, \quad (12)$$

gdzie:

M - segment składający się z L próbek.

To widmo trzeciego rzędu jest czułe na QPC. Szczyt tego bispektrum wskazuje na QPC pomiędzy trzema częstotliwościami, f_x, f_y i $f_x + f_y$, które jest oznaką nieliniowości kwadratowych w mechanizmie generowania sygnału.

Definicja bikoherencji diagonalnej, jest zbudowana na podobnej zasadzie jak bispektrum. Zatem:

$$B_c(f, f) = \frac{\left| (1/M) \sum_{i=1}^M B_i(f, f) \right|}{\sqrt{(1/M) \sum_{i=1}^M |S_i(f) S_i(f)|^2} \sqrt{(1/M) \sum_{i=1}^M |S_i(2f)|^2}}, \quad (13)$$

w którym $f_x = f_y = f$.

Podobnie definicja zsumowanej bikoherencji ma postać:

$$B_{c\eta}(f_i) = \frac{1}{\eta} \sum_{i=1}^{\eta} (f_{x_i}, f_{y_j}) = \frac{1}{\eta} \sum_{i=1}^{\eta} B(f_{x_j}, f_{y_i}), \quad (14)$$

gdzie:

$$j = 1; 2; 3; \dots; \eta.$$

Wykorzystując powyższe zależności, opierające się na bispektrum, zostało stworzonych wiele procedur do wykrywania i identyfikacji zjawiska sprzężenia fazowego, które pozwalają tworzyć obrazy ilustrujące zarówno typ jak i intensywność zjawisk nieliniowych.

Ogólnie można zauważyć, że analiza bispektralna skupia się na ilościowej i jakościowej ocenie nieliniowości, powodujących zjawisko braku symetrii funkcji definiujących gęstość prawdopodobieństwa analizowanego parametru diagnostycznego lub odpowiedzi dynamicznej w ogóle.

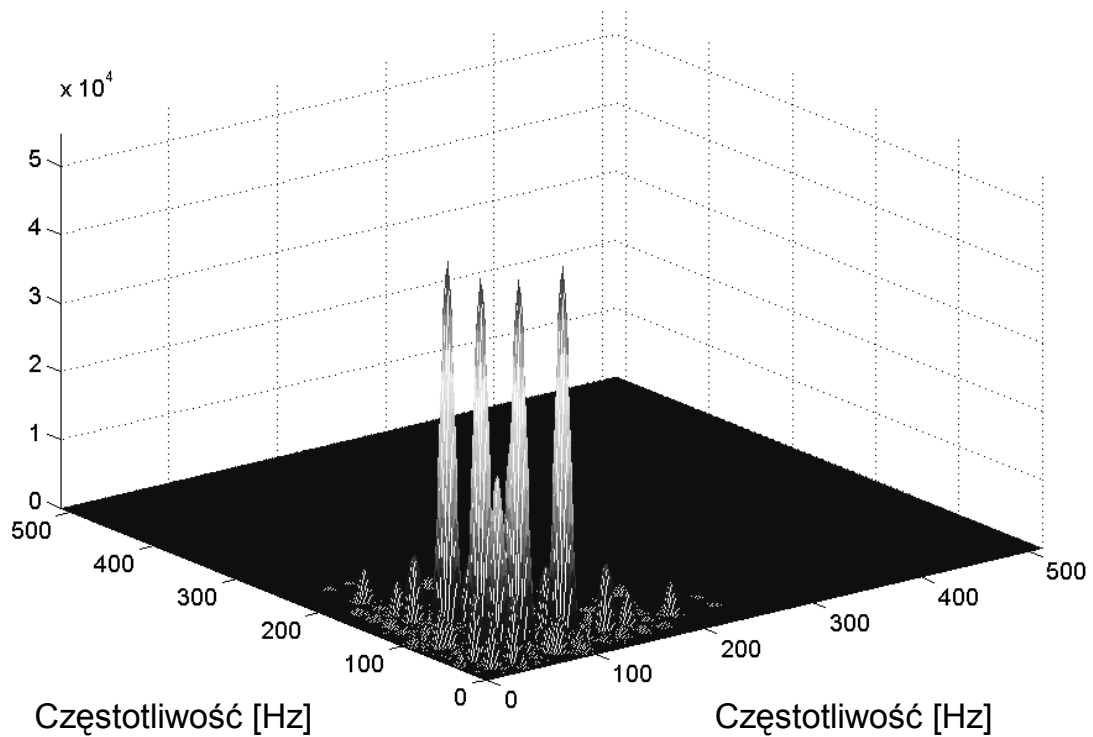
Przybliżając zagadnienie wykorzystania analizy bispektralnej do detekcji różnych typów sprzężeń, rozważmy przykład sygnału, w którego skład wchodzi dwie składowe zmodulowane amplitudowo oraz dodatkowo zawierający składniki odpowiednio drugiego i trzeciego rzędu:

$$y(t) = Amp \left(1 + \sum_{i=1}^2 M_i \cos(2\pi i f_r t) \right) \cdot \cos(2\pi f_z t + m_1 \cos(2\pi k f_r t + \theta_1)), \quad (15)$$

$$x(t) = y(t) + \varepsilon \cdot y^2(t) + \sigma \cdot y^3(t). \quad (16)$$

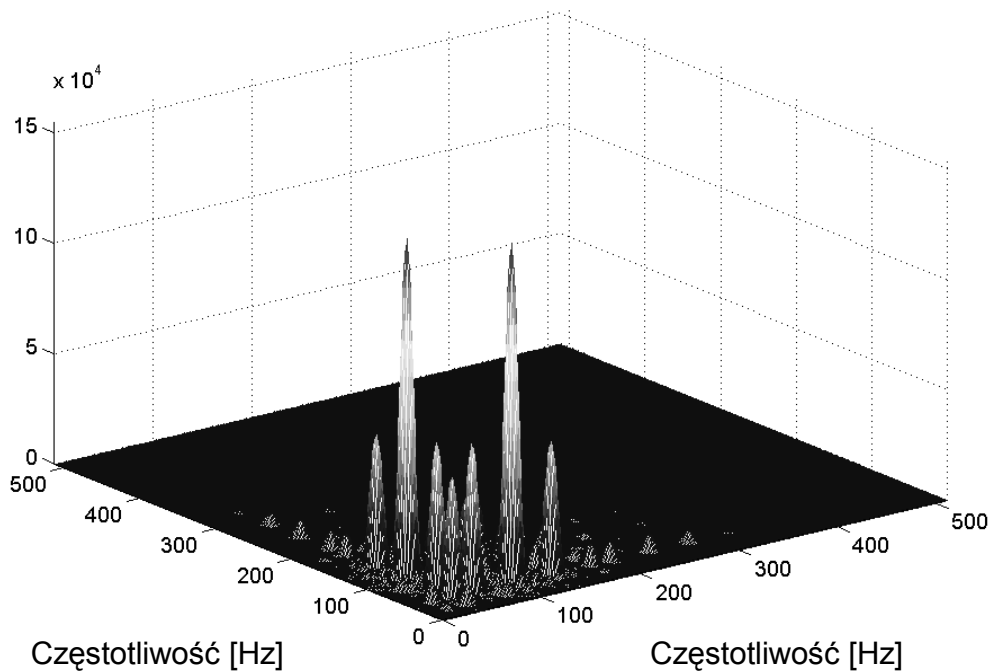
Odwołując się do definicji dwuwymiarowego sygnału analitycznego, opracowanej przez Hahna [8], na rysunkach 1 i 2 przedstawiono wykresy bispektrum odpowiednio: sygnału niezmodulowanego, i zmodulowanego ze sprzężeniem kwadratowym i sześciennym. Porównując wyniki analiz sygnałów ze sprzężeniem nieliniowym z wynikami dla sygnałów ze sprzężeniem parametrycznym, można zauważyć, że struktura bispektrum jest w istotnej części określana przez efekty modulacyjne, szczególnie jeśli chodzi o składowe charakteryzujące się dużymi wartościami amplitud. Uwaga ta odnosi się przede wszystkim do bispektralnych efektów modulacji częstotliwościowej.

Bispektrum - sygnał analityczny, bezmod23, Eps=0.5, fr1=40, fz=100, M1=0, m1=0

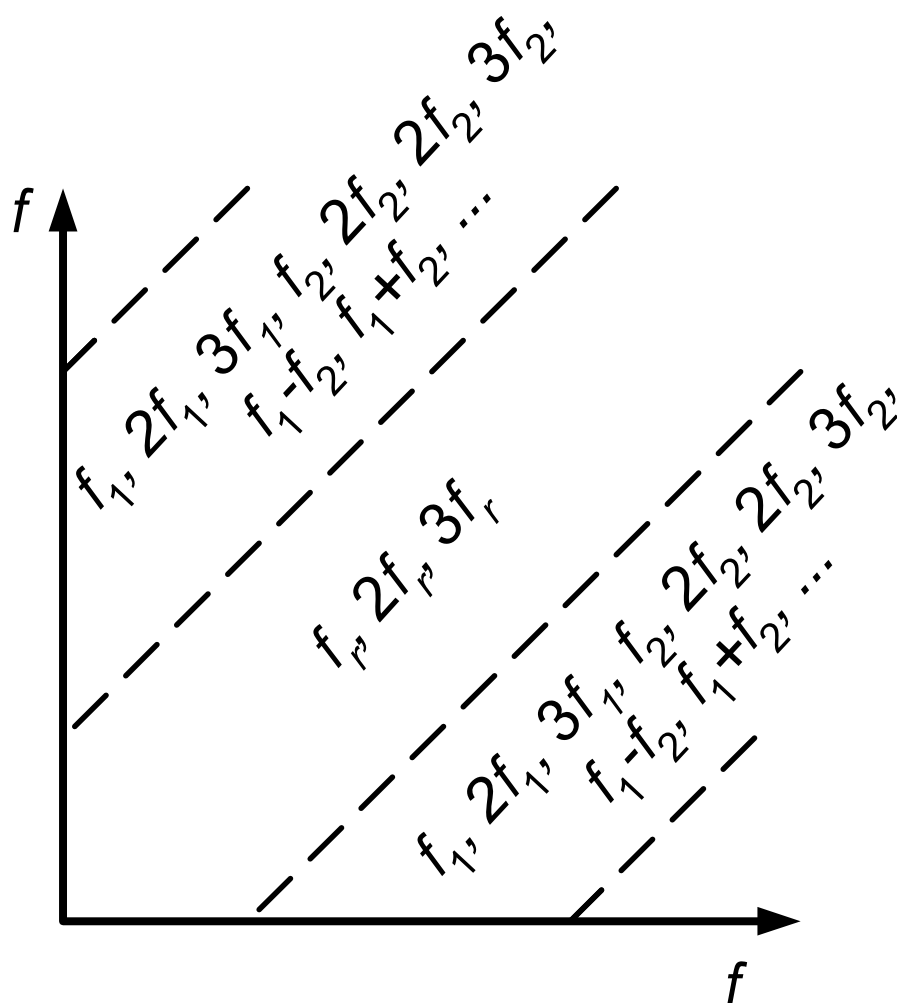


Rys. 1. Bispektrum sygnału niezmodulowanego z uwzględnioną składową kwadratową i sześcienną
Bispectrum of signal with square and cubic components

Bispektrum - sygnał analityczny, mod23 AM + FM, Eps=0.5, fr1=40, fz=100, M1=0.3, m1=1



Rys. 2. Bispektrum sygnału zmodulowanego z uwzględnioną składową kwadratową i sześcienną
Bispectrum of modulated signal with square and cubic components



Rys. 3. Rozkład odpowiednich składowych kwadratowych i sześciennych na płaszczyźnie bispectrum
Distribution of proper square and cubic pattern on bispectral plane

Zgodnie z oczekiwaniami, w przypadku występowania sprzężenia kwadratowego występują składowe o podwojonej częstotliwości podstawowej oraz proste sumy i różnice tych częstotliwości. W przypadku sprzężenia opisanego trzecią potęgą występują podwojone podstawowe częstotliwości oraz ich sumy i różnice odpowiednio z podwojoną jedną lub drugą składową podstawową. Ogólnie struktura bispektrum sześciennego sprzężenia jest zdecydowanie bardziej skomplikowana w stosunku do struktury bispektrum, której generatorem jest sprzężenie kwadratowe.

Na rysunku 3 przedstawiono schemat podziału płaszczyzny na sektory zawierające informacje o relacjach i sprzężeniach pomiędzy wybranymi częstotliwościami.

4. Podsumowanie

Zauważmy że w zależności od fragmentu płaszczyzny mamy inną zmienność wybranych kombinacji częstotliwości w zależności od wielkości wpływu różnych typów nieliniowości kwadratowej i trzeciego rzędu. Stwarza to możliwości budowy miar bezpośrednio nawiązujących do zadania identyfikacji typu nieliniowości i rodzaju efektów modulacyjnych.

Przykładem takiej analizy są rezultaty analizy częstotliwości wzdłuż głównej przekątnej, w zależności od typu nieliniowości w różnym stopniu następuje przyrost harmonicznych podstawowej częstotliwości modulującej. Badanie wrażliwość podstawowej, trzeciej i kolejnych

harmonicznych na zmianę typu nieliniowości, umożliwiają wykorzystania rezultatów demodulacji do identyfikację typów rozwijającej się nieliniowości.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2005-2007 jako projekt badawczy.

Autor dziękuje mgr. inż. Krzysztofowi Szczurowskiemu za pomoc w ostatecznej redakcji.

Bibliografia

- [1] Hutchinson, H. (2006), *Easy on the GAS, Mechanical Engineering*, July 2006, V 128 No. 7, str. 26-37.
- [2] Rossing, T. D., Fletcher N. H., (1995), *Principles of Vibration and Sound*, New York Springer – Verlag.
- [3] Wonden, K., Tonlison, G. R. (2001), *Non-linearity in structural Dynamics, Detection, Identification and Modelling*, Institute of Physics Publishing Ltd. London England.
- [4] Radkowski, S., (2002), *Wibroakustyczna diagnostyka uszkodzeń niskoenergetycznych*, Instytut Technologii Eksploatacji, Warszawa-Radom.
- [5] Dybała, J., Mączak, J., Radkowski, S., (2006), *Wykorzystanie Sygnału Wibroakustycznego w Analizie Ryzyka Technicznego*, Radom (w przygotowaniu do druku).
- [6] Yang, D. M., Stronach, A. F., MacConnell P., (2002), *Third-Order Spectral Techniques for The Diagnosis of Motor Bearing Condition Using Artificial Neural Networks*, *Mechanical Systems and Signal Processing* 16(2-3), str. 391÷411.
- [7] Nikias, Ch. L., Raghuvier M.R., (1987), *Bispectrum Estimation: A Digital Signal Processing Framework*. Proc. of the IEEE, Vol. 75, No 7. July, str. 869÷891.
- [8] Hahn, S. L., (1996), *Hilbert Transforms in Signal Processing*. Artech House, Boston, London.

